Graduiertenkolleg 1103

Embedded Microsystems

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Algorithms for Efficient Communication in Networks

Statusbericht

Tim Nonner

Betreuer: Prof. Dr. Susanne Albers
Lehrstuhl: Algorithmen und Komplexität

Freiburg, im September 2008

Institut für Informatik

Institut für Mikrosystemtechnik

1 Aktueller Stand der Promotion

Meine Promotion befindet sich im zweiten Jahr. Nachdem ich mich in den Bereich Approximationsalgorithmen eingearbeitet habe, bearbeite ich nun verschiedene Netzwerkprobleme mit Methoden aus der kombinatorischen Optimierung.

2 Zusammenfassung der Dissertation

Meine Promotion im Rahmen des Graduiertenkollegs „Eingebettete Mikrosysteme“ befasst sich mit kommunikationseffizienten Netzwerkalgorithmen. In einer abstrakten Sichtweise läßt sich ein *Netzwerk* als eine Menge von Knoten beschreiben, wobei bestimmte Knotenpaare miteinander kommunizieren können. Dies definiert einen Kommunikationsgraphen, welcher die Topologie des Netzwerkes beschreibt. Ein solcher Graph wird in Abbildung 1(a) dargestellt.

Dieses Modell schließt z.B. Sensornetzwerke mit ein, wobei in diesem Fall ein Knoten mit Sensoren bestückt ist, und sich die Topologie über die Sendeleistung der einzelnen Knoten definiert. Bei der Entwicklung von Algorithmen für Netzwerke ergeben sich die folgenden beiden Zielsetzungen:

1. Der Kommunikationsaufwand sollte möglichst klein gehalten werden.

2. Der Energieverbrauch sollte möglichst gleichmäßig im Netzwerk verteilt werden.

Punkt 1 ergibt sich daraus, dass davon ausgegangen werden muss, dass der Energieverbrauch eines Knotens zu einem großen Teil von seinem Sendeaufwand abhängt. Da ausserdem im Speziellen bei Sensornetzwerken davon ausgegangen werden muss, dass jeder Knoten nur über eine beschränkte Menge an Energie verfügt, welche z.B. in einer Batterie gespeichert ist, hängt die Lebenszeit eines Netzwerkes mäßgeblich von Punkt 2 ab. Im Zuge dieser Problemgruppe habe ich bisher zwei Themenbereiche bearbeitet:

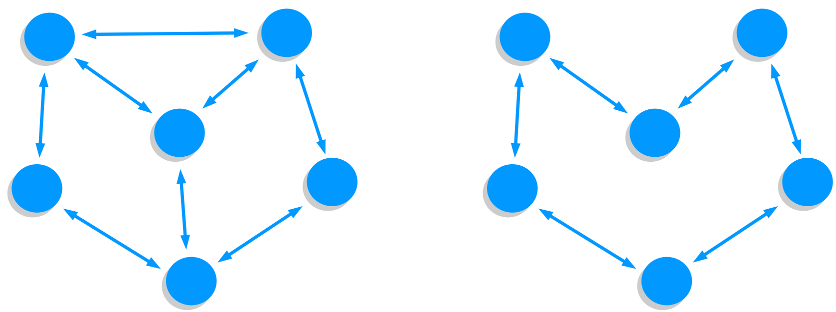
1. Verteilte Berechnung von zweifach zusammenhängenden spannenden Teilgraphen.

2. Aggregieren von Nachrichten mit Zeitbeschränkungen.

Auf beide werde ich im Folgenden näher eingehen, wobei das Ziel immer die Entwicklung von Algorithmen mit worst-cast Schranken ist, sogenannte *Approximationsalgorithmen*. Im Allgemeinen nennen wir einen Algorithmus einen *α-Approximationsalgorithmus*, wenn die Kosten dessen Ausgabe höchstens α mal so hoch sind wie die Kosten einer optimalen Lösung. Ausser dass solche worst-cast Schranken natürlich eine nützliche Eigenschaft sind, liefern Approximationsalgorithmen einen tiefen Einblick in die kombinatorische Struktur eines Problems.

2.1 Verteilte Berechnung von zweifach zusammenhängenden spannenden Teilgraphen

Die Berechnung von zweifach zusammenhängenden spannenden Teilgraphen mit minimalem Gewicht ist eine wichtige Aufgabe bei der Verwaltung von Netzwerken, da sich solche Teilgraphen z.B. dazu benutzen lassen, *Broadcasts* effizient durchzuführen, d.h., Informationen effizient im Netzwerk zu verteilen. Das Gewicht eines solchen Teilgraphen ist dabei die Summe der Gewichte der einzelnen Kanten, wobei das Gewicht einer Kante z.B. die Verzögerung dieser Kante modelliert. Ein optimaler spannender Teilgraph ist damit immer einer minimaler Spannbaum (MST).



(a) (b)

Abbildung 1: (a) Ein Netzwerk und (b) ein zweifach zusammenhängender spannender Teilgraph

Aus diesem Grund ist die verteilte Berechnung von minimalen Spannbäumen ein klassisches Problem aus dem Bereich der verteilten Algorithmen [8, 2, 6]. Ein solcher Teilgraph ist aber nur einfach zusammenhängend, wodurch der Ausfall einer einzelnen Kante ihn in zwei Teilgraphen zerfallen läßt. Deshalb habe ich mich mit der verteilten Berechnung von zweifach zusammenhängenden spannenden Teilgraphen beschäftigt. In Abbildung 1(b) wird z.B. ein solcher Teilgraph des Graphen aus Abbildung 1(a) dargestellt. Unabhängig davon welche Kante in diesem Teilgraph entfernt wird, gibt es immer noch einen Weg zwischen jedem Knotenpaar. In diesem sehr einfachen Beispiel erhalten wir einen einzelnen Zykel, was wir im Allgemeinen nicht erwarten können.

Im nichtverteilten Fall ist dieses Problem ein Klassiker aus der kombinatorischen Optimierung, und es gibt demensprechend viele Ergebnisse für den gewichteten [15, 12] und ungewichteten Fall [13, 14], wobei im *ungewichteten* Fall alle Kanten dasselbe Gewicht besitzen. Da sogar der ungewichtete Fall NP-hart ist, können wir in beiden Fällen eine optimale Lösung in Polynomialzeit nur approximieren. Ausserdem wurden bereits verteilte Algorithmen für Graphen mit geometrischen Annahmen entwickelt [11]. Der von uns entwickelte Algorithmus ist aber der erste Algorithmus, der einen zweifach zusammenhängenden spannenden Teilgraphen mit konstanter Approximationsgüte in nichttrivialer Laufzeit und mit einer nichttrivialen Nachrichtenanzahl für einen beliebigen Graphen liefert. Im Speziellen haben wir einen verteilten Algorithmus entwickelt, der in $O(n \log n)$ Zeit und mit $O(n \log^2 n + m)$ Nachrichten eine 3-Approximation eines optimalen zweifach zusammenhängenden spannenden Teilgraphen liefert [16], wobei n die Anzahl der Knoten und m die Anzahl der Kanten im Netzwerk sind. Ausserdem gilt, dass jeder Knoten nur $O(\log^2 n)$ Nachrichten schicken muss. Damit arbeitet dieser Algorithmus nicht nur sehr nachrichteneffizient, sondern verteilt die auftretende Kommunikationslast auch gleichmäßig im Netzwerk. Für den ungewichteten Fall haben wir ausserdem einen verteilten Algorithmus entwickelt, der in $O(n)$ Zeit mit $O(n + m)$ Nachrichten eine $3/2$-Approximation eines optimalen zweifach zusammenhängenden spannenden Teilgraphen liefert [16].

2.2 Aggregieren von Nachrichten mit Zeitbeschränkungen

Abgesehen von der Verteilung von Informationen durch einen Broadcast, wie im letzen Abschnitt angesprochen, ist das Sammeln von Informationen ein wichtiger Teilschritt in jeder verteilten Berechnung. Wir bezeichnen diesen Vorgang auch als *Aggregation*. Im Speziellen müssen dabei Informationen entlang einer Baumtopologie zu einem zentralen Knoten, genannt *Senke*, aggregiert werden, welcher diese Informationen weiterverarbeitet. In Abbildung 2 sollen z.B. die Informationen 1 und 2 zur Senke D aggregiert werden, wobei Knoten C als Relais dient.

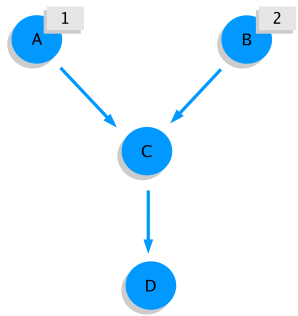


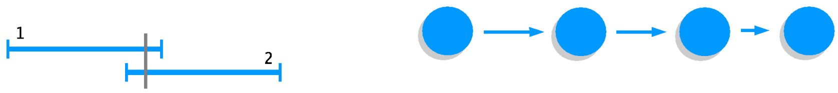
Abbildung 2: Die Informationen 1 and 2 sollen zur Senke D aggregiert werden.

In vielen Szenarien ist es von Vorteil, wenn Informationen zu einem *Packet* zusammengefasst werden. Dies ist z.B. der Fall, wenn jeder Sendevorgang große Zusatzkosten verursacht. Die Informationen 1 und 2 aus Abbildung 2 können z.B. an Knoten C zu einem Paket zusammengefasst werden. Wenn z.B. die maximale Temperatur in einer durch ein Sensornetzwerk überwachten Umgebung aggregiert werden soll, lassen sich Informationen sogar komplett zusammenfassen, da immer nur die größte Messung weitergeschickt werden muss. Offensichtlich ist es in einem solchen Szenario am nachrichteneffizientesten, wenn jeder Knoten darauf wartet, bis er alle Informationen von seinen Kindern in der Baumtopologie erhalten hat, um diese dann in einem einzelnen Packet weiterzuschicken. Das Problem dabei ist, dass manche Informationen zeitkritisch sind, und deshalb die Senke innerhalb einer speziellen Frist erreichen müssen. Wie in Abbildung 3(a) dargestellt, kann z.B. jede Information über ein Zeitintervall verfügen, in dem sie aggregiert werden muss. In dem dort dargestellten Fall würden sich die Informationen 1 und 2 an Knoten C zu einem Paket zusammenfassen lassen, das zu dem durch die graue vertikale Linie markierten Zeitpunkt zur Senke D geschickt wird.

Das Ziel ist folglich, die gesamte Information im Netzwerk innerhalb der jeweiligen Frist so zu aggregieren, dass der maximale Energieaufwand jedes Knotens im Netzwerk minimiert wird. Wie bereits zu Beginn besprochen, maximiert dies die Lebenszeit des Netzwerkes. Dieses Modell wurde erstmals in [4] auf Sensornetzwerke angewandt. Dort wurde die NP-Härte dieses Problems bewiesen und ein Polynomialzeit 2-Approximationsalgorithmus präsentiert.

In einem ersten Schritt habe ich mich mit dem Fall beschäftigt, dass das Netzwerk eine *Kette* ist, wie in Abbildung 3(b) dargestellt. Dieser Fall wurde in [4] als offenes Problem besprochen. Aus solchen einfachen Netzwerken lassen sich z.B. größere Netzwerktopologien zusammensetzen.

Zuerst konnten wir zeigen, dass die zeitbeschränkte Datenaggregation auch für Kettennetzwerke NP-hart ist, woraus sich aus einer weitverbreiteten Annahme (P $\neq$ NP) ergibt, dass wir in Polynomialzeit nur Approximationen einer optimalen Lösung berechnen können. Außerdem konnten wir zeigen, das die zeitbeschränkte Datenaggregation in allgemeinen Netzwerken APX-hart ist, und sich damit unter derselben Annahme ergibt, dass wir dieses Problem in Polynomialzeit nicht beliebig gut approximieren können. Andererseits haben wir gezeigt, dass sich die zeitbeschränkte Datenaggregation in Kettennetzwerken in Quasipolynomialzeit beliebig gut approximieren lässt. Speziell gibt es für jedes $\epsilon > 0$ einen $(1+\epsilon)$-Approximationsalgorithmus mit Laufzeit $O(n^{polylog(n)})$. Dies konnten wir noch auf Polynomialzeit für den Fall verbessern, dass die Zeitintervalle, in denen die Informationen aggregiert werden müssen, nur um einen konstanten Faktor voneinander abweichen.



(a) (b)

Abbildung 3: (a) Die Zeitintervalle der Informationen 1 und 2 überlappen sich und (b) ein Kettennetzwerk mit vier Knoten.

3 Ausblicke

Im Folgenden beabsichtige ich, mich auf den Bereich der zeitbeschränkten Datenaggregation zu konzentrieren. Dieses Problem läßt sich auch in den Bereich der Inventartheorie einordnen [1]. Informell gesprochen soll dort Bedarf, der an den Blättern eines Baumes auftritt, befriedigt werden. Wenn man diesen Bedarf als Informationen interpretiert, dann ist dieser Vorgang im wesentlichen äquivalent zur zeitbeschränkten Datenaggregation. Der Hauptunterschied ist, dass wir in der zeitbeschränkten Datenaggregation den maximalen Energiebedarf eines Knotens im Netzwerk minimieren möchten, wohingegen man in der Inventartheorie versucht, die Summe der Kosten zu minimieren. Es bleibt zu evaluieren, welche der vielen Ergebnisse aus der Inventartheorie sich übertragen lassen [18, 17]. Ausserdem bestehen starke Zusammenhänge zum Bereich Rechtecksabdeckung (Rectangle Stabbing) [7, 9] und Cliquenabdeckung in Intervalgraphen [10], da man bei der zeitbeschränkten Datenaggregation versucht, Intervalle mit Linien abzudecken, welche Sequenzen von Paketen entsprechen. Auch mögliche Verbindungen zu diesen Bereichen sollen geklärt werden.

Als weiterer wichtiger Punkt sollen alternative Kostenmodelle untersucht werden. Bisher wird davon ausgegangen, dass das Senden einer Nachricht die meisten Kosten verursacht. Je nach zugrundeliegender Technologie kann aber auch die Anzahl der Wachperioden eines Knotens eine entscheidende Größe sein. Verwandte Kostenmodelle wurden bereits im Bereich des energieeffizienten Schedulings untersucht [3, 5]. Eine weitere Alternative besteht darin, die Anzahl der gesammelten Informationen gewichtet in die Zielfunktion aufzunehmen. Damit wäre es erlaubt, manche Informationen nicht zu aggregieren. Da es aber gerade bei Durchschnittsmessungen nicht unbedingt erforderlich ist, dass alle Informationen in die Berechnung einfließen, könnte man auf diese Weise den Energiebedarf zu Lasten der Messgenauigkeit gezielt verringern.

Literatur

[1] E. Arkin, D. Joneja, and R. Roundy. "Computational complexity of uncapacitated multi-echelon production planning problems". *Operations Research Letters*, vol. 8, no. 2, pp. 61–66, 1989.

[2] B. Awerbuch. "Optimal distributed algorithms for minimum weight spanning tree, counting, leader election and related problems (detailed summary)". In *Proceedings of the 19th Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*. New York City, NY, USA, 1987, pp. 230–240.

[3] P. Baptiste. "Scheduling unit tasks to minimize the number of idle periods: a polynomial time algorithm for offline dynamic power management". In *Proceedings of the 17th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*. Miami, FL, USA, 2006, pp. 364–367.

[4] L. Becchetti, P. Korteweg, A. Marchetti-Spaccamela, M. Skutella, L. Stougie, and A. Vitaletti. "Latency constrained aggregation in sensor networks". In *Proceedings of the 14th Annual European Symposium on Algorithms (ESA)*. Zurich, Switzerland, 2006, pp. 88–99.

[5] E. D. Demaine, M. Ghodsi, M. T. Hajiaghayi, A. S. Sayedi-Roshkhar, and M. Zadimoghaddam. "Scheduling to minimize gaps and power consumption". In *Proceedings of the 19th Annual ACM Symposium on Parallel Algorithms and Architectures (SPAA)*. San Diego, CA, USA, 2007, pp. 46–54.

[6] M. Elkin. “A faster distributed protocol for constructing a minimum spanning tree”. In *Proceedings of the 15th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*. New Orleans, LA, USA, 2004, pp. 359–368.

[7] G. Even, R. Levi, D. Rawitz, B. Schieber, S. M. Shahar, and M. Sviridenko. “A constant approximation algorithm for the one-warehouse multi-retailer problem”. IBM research report, Tech. Rep. RC24328, 2007.

[8] R. G. Gallager, P. A. Humblet, and P. M. Spira. “A distributed algorithm for minimum-weight spanning trees”. *ACM Transactions on Programming Languages and Systems*, vol. 5, no. 1, pp. 66–77, 1983.

[9] D. R. Gaur, T. Ibaraki, and R. Krishnamurti. “Constan ratio approximation algorithms for the rectangle stabbing problem and the rectilinear partitioning problem”. In *Proceedings of the 8th Annual European Symposium on Algorithms (ESA)*. Saarbrücken, Germany, 2000, pp. 211–219.

[10] D. Gijswijt, V. Jost, and M. Queyranne. “Clique partitioning of interval graphs with submodular costs on the cliques”. Egerváry Research Group, Budapest, Tech. Rep. TR-2006-14, 2006.

[11] M. T. Hajiaghayi, N. Immorlica, and V. S. Mirrokni. “Power optimization in fault-tolerant topology control algorithms for wireless multi-hop networks”. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 15, no. 6, pp. 1345–1358, 2007.

[12] K. Jain. “A factor 2 approximation algorithm for the generalized steiner network problem”. *Combinatorica*, vol. 21, no. 1, pp. 39–60, 2001.

[13] R. Jothi, B. Raghavachari, and S. Varadarajan. “A 5/4-approximation algorithm for minimum 2-edge-connectivity”. In *Proceedings of the 14th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*. Baltimore, MD, USA, 2003, pp. 725–734.

[14] S. Khuller and U. Vishkin. “Biconnectivity approximations and graph carvings”. *Journal of the ACM*, vol. 41, no. 2, pp. 214–235, 1994.

[15] S. Khuller. *Approximation algorithms for finding highly connected subgraphs*. Boston, MA, USA: PWS Publishing Co., 1997.

[16] S. O. Krumke, P. Merz, T. Nonner, and K. Rupp. “Distributed approximation algorithms for finding 2-edge-connected subgraphs”. In *Proceedings of the 11th International Conference on Principles of Distributed Systems, (OPODIS)*. Guadeloupe, French West Indies, 2007, pp. 159–173.

[17] R. Levi, R. Roundy, and D. B. Shmoys. “A constant approximation algorithm for the one-warehouse multi-retailer problem”. In *Proceedings of the 16th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*. Vancouver, BC, Canada, 2005, pp. 365–374.

[18] R. Levi, R. Roundy, and D. B. Shmoys. “Primal-dual algorithms for deterministic inventory problems”. In *Proceedings of the 36th Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC)*. Chicago, IL, USA, 2004, pp. 353–362.